

Übungen zur Vorlesung Grundlagen der Programmierung I Blatt 4

Aufgabe 1:

Beweisen Sie Satz B 2): Jede Obermenge einer überabzählbaren Menge ist überabzählbar.

Aufgabe 2:

Sei X ein endliches Alphabet. Prüfen Sie (ohne Benutzung von Satz H [Kap. 3]) nach, ob die folgenden Funktionen berechenbar sind, also durch einen Algorithmus realisiert werden können, oder nicht, und geben Sie jeweils eine Begründung Ihrer Behauptung (f_α sei wie üblich die Funktion, die der Algorithmus α berechnet):

a) $f: X^* \times X^* \rightarrow X^*$ mit
'ja', falls $D(f_\alpha) = D(f_\beta)$,

$f(\alpha, \beta) = \begin{cases} \text{'ja'}, & \text{falls } D(f_\alpha) = D(f_\beta), \\ \text{'nein'}, & \text{sonst.} \end{cases}$

b) $g: X^* \times X^* \rightarrow X^*$ mit
'ja', falls $D(f_\alpha) \subseteq D(f_\beta)$,

$g(\alpha, \beta) = \begin{cases} \text{'ja'}, & \text{falls } D(f_\alpha) \subseteq D(f_\beta), \\ \text{'nein'}, & \text{sonst.} \end{cases}$

c) $h: X^* \times X^* \rightarrow X^*$ mit
'ja', falls $w \in D(f_\alpha)$,

$h(\alpha, w) = \begin{cases} \text{'ja'}, & \text{falls } w \in D(f_\alpha), \\ \perp, & \text{sonst.} \end{cases}$

d) $k: X^* \rightarrow X^*$ mit
'ja', falls $D(f_\alpha) = \emptyset$,

$k(\alpha) = \begin{cases} \text{'ja'}, & \text{falls } D(f_\alpha) = \emptyset, \\ \text{'nein'}, & \text{sonst.} \end{cases}$

Aufgabe 3:

Sei X ein endliches Alphabet und $f: X^* \rightarrow X^*$ eine bijektive, totale, berechenbare Funktion. Zeigen Sie: Die Umkehrfunktion $f^{-1}: X^* \rightarrow X^*$ ist berechenbar.

Bitte denken Sie wieder an die Permanenzaufgabe (s. Blatt 1 und 2).