

# **Ab wann kann man mit Kindern Informatik machen? Eine Studie über informatische Fähigkeiten von Kindern**

Andreas Schwill

Lehrstuhl für Didaktik der Informatik  
Universität Potsdam  
Am Neuen Palais 10  
D-14469 Potsdam  
schwill@cs.uni-potsdam.de  
<http://didaktik.cs.uni-potsdam.de>

**Abstract:** Durch Ausstattungsprogramme einzelner Länder unterstützt zieht der Computer inzwischen verstärkt auch in Grundschulen ein, z.B. in Form von Medieninseln. Auch wenn er dort vor allem im Fachunterricht verwendet werden soll, werden Erläuterungen beim Zugang zugleich eine Reihe von kerninformatischen Sachverhalten berühren. Im Gefolge der aktuellen Diskussion um die Ausbildung der Informatik (Greencard und Umfeld) ist damit zu rechnen, daß einzelne Schulen die Informatik selbst als Profilbereich entdecken und zaghaft mit Informatikunterricht beginnen. Auch eine Eingliederung von Informatik in das Primarcurriculum erscheint nicht undenkbar. Wir analysieren in dieser Arbeit auf der Grundlage einer Reihe von Ergebnissen aus der Kognitionspsychologie die Fähigkeit von Kindern der Altersgruppe Primar- und früher Sekundarbereich, fundamentale Ideen der Informatik zu erfassen. Die Ergebnisse lassen erwarten, daß Informatikunterricht im Primarbereich möglich und aussichtsreich ist. Entscheidende Vorerfahrungen können vermittelt werden.

## **1 Einleitung**

Ausgelöst durch die hervorragenden Berufsaussichten in der Informatik, die öffentlichkeitswirksame Greencard-Diskussion in Deutschland und Anstrengungen von Fachvertretungen hat sich die Nachfrage nach dem Schulfach Informatik deutlich erhöht. Zugleich wird das Angebot in der letzten Zeit in vielen Ländern massiv ausgebaut. Dabei rückt auch die Grundschule mehr und mehr in den Blickpunkt des Interesses: Grundschulen erhalten Medieninseln, der Computer wird fester Bestandteil des Klassenraums, in den Unterricht eingebaut und kann von den Kindern während der Freiarbeit genutzt werden. Auch wenn alle diese Ansätze auf den ersten Blick nur auf die Nutzung des Computers im Fachunterricht anstelle eines Verständnisses von Informatikprinzipien orientiert sind, so wird man doch nicht umhinkommen, in vielerlei Zusammenhängen – bewußt oder unbewußt, implizit oder explizit – auch Informatikgrundlagen zu vermitteln (selbst wenn sie nicht als solches herausgestellt werden), sei es, daß hierarchische Menüs erklärt werden müssen, Ordnerstrukturen und Informationsstrukturierung allgemein, Suchstrategien,

Sortieren, Parametrisierung, Funktionalität, Zweischrittalgorithmen (cut and paste, drag and drop, compile and execute), Makros und vieles mehr.

Es ist sicher nur eine Frage der Zeit, wann einzelne Grundschulen im Wettbewerb um Schüler die Informatik als Profildbereich entdecken und mit innovativen Ansätzen alle diese Gegenstände konzentrieren und informatische Denkweisen in ihr Curriculum integrieren. Denkbar erscheint auch, daß das Fach Informatik in geringen Bestandteilen in den Pflichtkanon aufgenommen wird.

In dieser Arbeit sollen Fragen zum Sinn und Zweck von Informatikunterricht in der Grundschule nicht behandelt werden. Oftmals werden derartige Diskussionen bereits durch aktuelle Entwicklungen überholt. Um aber auf mögliche Entwicklungen im Primarbereich in gewissem Umfang vorbereitet zu sein, studieren wir allgemein die Fähigkeiten von Kindern der Altersgruppe Primar- und früher Sekundarbereich, fundamentale Ideen der Informatik zu erfassen, zu verstehen und sachgerecht mit ihnen umzugehen.

## 2 Überblick über fundamentale Ideen der Informatik

Wir analysieren die informatischen Fähigkeiten von Kindern in Relation zu *fundamentalen Ideen der Informatik*, wie sie an anderer Stelle mehrfach (z.B. [Sc93]) vorgestellt worden sind. Abb. 1 zeigt einen Ausschnitt der dort entwickelten Ideen. Diese Ideen wurden als die didaktisch und inhaltlich tragenden Säulen der Informatik vorgeschlagen und u.a. mit der Intention entwickelt, ein geschlossenes Curriculum Informatik vorzustellen, wobei sie im Sinne eines Spiralcurriculums den Unterricht auf jeder Altersstufe organisieren. Als ein zentrales Merkmal wurde dazu von fundamentalen Ideen das sog. *Vertikalkriterium* gefordert:

"Eine **fundamentale Idee** (bezgl. einer Wissenschaft) ist ein Denk-, Handlungs-, Beschreibungs- oder Erklärungsschema, das ...

(2) auf jedem intellektuellen Niveau aufgezeigt und vermittelt werden kann  
(**Vertikalkriterium**) ..." [Sc93]

Dieses bezogen auf die Informatik zunächst verblüffende Merkmal ist aus didaktischer Sicht zugleich das wichtigste. Der Nachweis wird daher für ausgewählte Ideen sehr ausführlich durchgeführt. Von den Überlegungen hierzu hängt es entscheidend ab, ob ein ideenorientierter Unterricht in Informatik überhaupt in der beabsichtigten Weise realisiert werden kann.

Prinzipiell stehen für einen Nachweis, daß alle Ideen auf (fast) jedem intellektuellen Niveau vermittelt werden können, zwei Zugänge zur Verfügung:

- der *empirische* Ansatz.

Hierzu wäre eine Reihe von Unterrichtsvorschlägen zu entwickeln, die dann jeweils stufenbezogen unter Analyse der Lernerfolge zu erproben wären. Wir haben uns in der Vergangenheit bereits anstelle einer empirisch stichhaltigen Erprobung auf die detaillierte Ausarbeitung [Sc93a] bzw. Skizze von Unterrichtseinheiten [Sc93] beschränkt in der Hoffnung, daß eine Mehrzahl der Leser mit dem Autor der Ansicht ist, die entsprechenden Gegenstände seien tatsächlich auf den zugehörigen Niveaus vermittelbar. Dieser Ansatz soll in dieser Arbeit daher nicht weiterverfolgt werden.

- der *deduktive* Ansatz.

Es gibt eine Vielzahl empirischer Ergebnisse aus der Kognitions- und Entwicklungspsychologie, die sich mit den Fähigkeiten von Erwachsenen und Kindern unterschiedlicher Altersstufen befassen. Eine Reihe dieser Resultate gibt Hinweise darauf, daß sich fundamentale Ideen der Informatik in Ansätzen auf niedrigem intellektuellem Niveau (Altersstufe 5-11) vermitteln lassen. Wir werden die relevanten Arbeiten zu einigen ausgewählten Ideen zusammenstellen, hinsichtlich ihrer Informatikrelevanz – die nicht immer offensichtlich ist – analysieren und damit deduktiv das zugehörige Vertikalkriterium verifizieren.

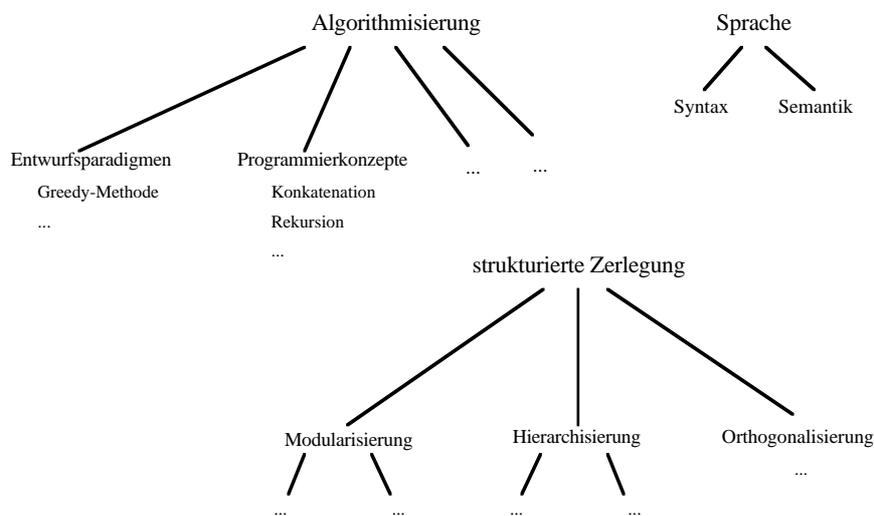


Abb. 1: Kollektion fundamentaler Ideen (Ausschnitt)

### 3 Kognitive Grundvoraussetzungen

Einen ersten Anhaltspunkt, ab welcher Altersstufe überhaupt mit einer soliden Grundausbildung fundamentaler Ideen der Informatik zu rechnen ist, liefert die Piaget'sche Theorie der Entwicklung kindlicher Intelligenz in Stadien [Fl63].

Von den vier Stadien, dem sensomotorischen (0-2 Jahre), dem präoperationalen (3-7 Jahre), dem konkret-operationalen (7-11 Jahre) und dem formal-operationalen Stadium (ab 11 Jahre), scheinen sich erst im konkret-operationalen Stadium hinreichend leistungsfähige kognitive Strukturen im Kind zu entwickeln, die es erwarten lassen, daß die mit fundamentalen Ideen verbundenen, grundlagenorientierten systematischeren Zugänge und Erkenntnisse auf fruchtbaren Boden treffen.

Denn in diesem Stadium entwickelt das Kind erstmalig ein systematisches Verständnis seiner Lebenswelt. Sein logisches Denken entwickelt sich von transduktiven (Schluß vom Speziellen auf das Spezielle) zu empirisch-induktiven Schlußweisen (Schließen vom Speziellen auf das Allgemeine). Seine kognitiven Operationen werden zu einem Operationssystem verknüpft, also zu einem in sich geschlossenen, zusammenhängenden und

widerspruchsfreies System, mit dem das Kind seine Umwelt organisiert und manipuliert. Innerhalb des Operationssystems existieren Metaoperationen, wie Assoziation, Komposition, Klassifikation usw., durch die das Operationssystem erweitert und umorganisiert werden kann. Wichtigste Metaoperation, die im konkret-operationalen Stadium erworben wird, ist die *Reversibilität*. Hiermit verbunden ist nicht nur die unmittelbare Fähigkeit zur Umkehrung von Operationen, sondern im weiteren Sinne auch die, Probleme von unterschiedlichen Standpunkten aus zu betrachten oder Operationen nur im Kopf durchzuführen, eine wesentliche Grundlage für jede Form planerischer, experimenteller Aktivitäten (Bildung von Hypothesen, "Was passiert, wenn ...?"). Stets erfordern die kognitiven Aktivitäten jedoch noch konkrete Stützen in Form von Handlungen oder realen Objekten, denn sie können noch nicht auf rein symbolischer Ebene angewendet werden. Die Fähigkeit hierzu bildet sich erst im formal-operationalen Stadium ab etwa 11 Jahren. Dies wäre speziell bei der Entwicklung von Unterrichtseinheiten für die Primarstufe zu berücksichtigen. Dazu werden in der Arbeitsgruppe des Autors Unterrichtshilfen entwickelt, mit denen sich Informatikinhalt enaktiv veranschaulichen lassen.

## **4 Einzelergebnisse für ausgewählte fundamentale Ideen**

### **4.1 Rekursion**

E.W. Dijkstra behauptet in [Di97]:

"recursion is an order of magnitude more complicated than repetition".

Unter diesem Vorzeichen erscheint es aussichtslos zu versuchen, Rekursion auf einem Primarstufenniveau zu vermitteln. Tatsächlich gibt es aber eine Reihe von Beobachtungen und empirischen Versuchen, die belegen, daß Kinder dieser Altersstufe ansatzweise mit rekursiven Denkweisen vertraut gemacht werden können, ja sogar rekursive Grundprinzipien in sehr schwachen Ausprägungen selbst entwickeln. Berücksichtigt man weiterhin, daß die Rekursion im Alltagsleben praktisch nicht sichtbar ist und außer in der Informatik im Schulalltag kaum problematisiert wird (auch nicht in der Mathematik), jeder Unterricht in Rekursion folglich keinerlei Vorerfahrungen voraussetzen kann, so ist zu erwarten, daß sich durch eine frühzeitige und wiederholte Beschäftigung erhebliche Trainingseffekte auch bei kleinen Kindern einstellen.

#### **Rekursives Rechnen im Vorschulalter**

[GG78] untersuchen die Entwicklung des Zählens und einfacher Additionen und Subtraktionen bei Kleinkindern. Dabei stellen sie fest, daß mit zunehmender Routine im Zählen eine selbständige Fortentwicklung der Addition und Subtraktion von iterativen hin zu rekursiven Algorithmen stattfindet.

Zu Beginn der Entwicklung addieren Kinder zunächst *iterativ* etwa wie folgt:

Zur Bestimmung der Summe von  $n$  und  $m$  tue folgendes:

- Zähle eine Menge  $S$  mit  $n$  Elementen aus;
- Zähle eine Menge  $T$  mit  $m$  Elementen aus;
- Zähle die Vereinigungsmenge ab.

S und T sind irgendwelche Zählmengen (Klötzchen, Finger o.ä.). Hierzu sind  $2(n+m)$  elementare Abzähloperationen erforderlich, wobei eine Operation stets aus dem Nennen einer Zahl und einer Objektoperation besteht (z.B. Heben, Senken, Berühren eines oder mehrerer Objekte, meist der Finger). Mit wachsender Erfahrung wechseln Kinder zu effizienteren rekursiven Verfahren:

Zur Bestimmung der Summe von n und m tue folgendes:

Zähle eine Menge S mit n Elementen zuzüglich so vielen Elementen aus,  
wie durch Auszählen einer Menge T mit m Elementen hinzukommen.

Nun reichen  $n+m$  Zähloperationen. Durch Formalisierung wird die (einstufige) Rekursion deutlicher. Sei dazu M eine beliebige Zählmenge und

$\text{zähle\_aus}: \text{IN} \rightarrow 2^M \times \text{IN}$  definiert durch  $\text{zähle\_aus}(n) := (S, n)$ , wobei  $|S|=n$  ist;

$\text{zähle}: 2^M \rightarrow \text{IN}$  definiert durch  $\text{zähle}(S) := |S|$ ;

$\pi_2: 2^M \times \text{IN} \rightarrow \text{IN}$  (Projektion) definiert durch  $\pi_2(S, x) := x$ , wobei  $|S|=x$  ist.

$\text{zähle\_aus}$  zählt also eine Menge S von n Objekten aus; anschließend verfügt man zur weiteren Verwendung über S und ihre Kardinalität n.  $\text{zähle}$  bestimmt die Anzahl einer Menge von Objekten,  $\pi_2$  liefert die bereits bekannte (z.B. durch  $\text{zähle\_aus}$  vorher bestimmte) Kardinalität einer Menge S von Objekten. Dann sind iterative und rekursive Addition darstellbar durch:

*iterative Addition von  $n+m$*

$(S, n) := \text{zähle\_aus}(n)$ ;

$(T, m) := \text{zähle\_aus}(m)$ ;

Ergebnis :=  $\text{zähle}(S \cup T)$

*rekursive Addition von  $n+m$*

$\text{zähle\_aus}(n + \pi_2(\text{zähle\_aus}(m)))$

In der rechten Darstellung wird die einfache Rekursion der Zähloperation  $\text{zähle\_aus}$  sichtbar. Diesem allerersten Schritt zu rekursiven Darstellungen werden wir im folgenden Abschnitt wieder begegnen.

### Beschreibung rekursiver Bilder im Grundschulalter

Den Mangel an geeigneten Alltagsbeispielen für Rekursion beklagen auch [MKF70]. Sie ziehen sich daher auf bildhafte, selbstreferentielle Darstellungen zurück. Sie haben Kindern einer amerikanischen elementary school der Schulstufen 1 bis 6 comic-artige Bilder gem. Abb. 2 vorgelegt mit der Aufgabe, die dargestellte Situation zu beschreiben. Man erkennt dort vier verschiedene Schwierigkeitsgrade: das Denken an ein oder mehrere Objekte, das Denken an eine Aktion und die ein- bzw. zweistufige Rekursion.

Abb. 3 zeigt den Anteil korrekter Beschreibungen für die Bilder bezogen auf Altersstufen. Danach sind in den Altersstufen zunächst etwa 20%, zum Schluß etwa die Hälfte der Schüler in der Lage, einstufige Rekursionen zu beschreiben. Bei der doppelten Rekursion wächst die Zahl in den Altersstufen von etwa 3% auf etwa 35%.

Diese Werte scheinen auf den ersten Blick recht gering. Sie passen auch nicht zu den oben ermittelten Ergebnissen im Zusammenhang mit der einstufigen Rekursion beim Additionsalgorithmus. Warum? Die Kinder waren im Versuch jeweils gefordert, die bildlichen Situationen *verbal* zu beschreiben. Tatsächlich interessiert aber nur die Fähigkeit, rekursive Denkweisen auszubilden. Es besteht also die nicht zu unterschätzende Möglichkeit, daß die Fähigkeit, komplizierte rekursive Sachverhalte zu beschreiben, weit hinter der Fähigkeit zurückbleibt, diese Sachverhalte tatsächlich kognitiv zu erfassen. Diese

Situation ist auch bei Personen erkennbar, die mit der Rekursion vollständig vertraut sind. Auch sie haben Schwierigkeiten, sprachlich rekursive Darstellungen wie

"der Hund, der die Katze, die die Maus fraß, jagte, bellte"

zu formulieren oder zu erfassen. Für dieses Phänomen, also das Hinterherhinken der kognitiven Entwicklung verbaler hinter handlungsorientierten Fähigkeiten, das auch in anderen Zusammenhängen bei Kindern beobachtet worden ist, verwendet J. Piaget den Begriff "verticale Décalage" (vertikale Verzögerung).

Wir können also mit gewisser Berechtigung annehmen, daß die gewonnenen Ergebnisse eher eine untere Schranke für die kognitiven Fähigkeiten von Grundschulern im Zusammenhang mit Rekursion darstellen, die im konkreten Fall nur übertroffen werden kann.

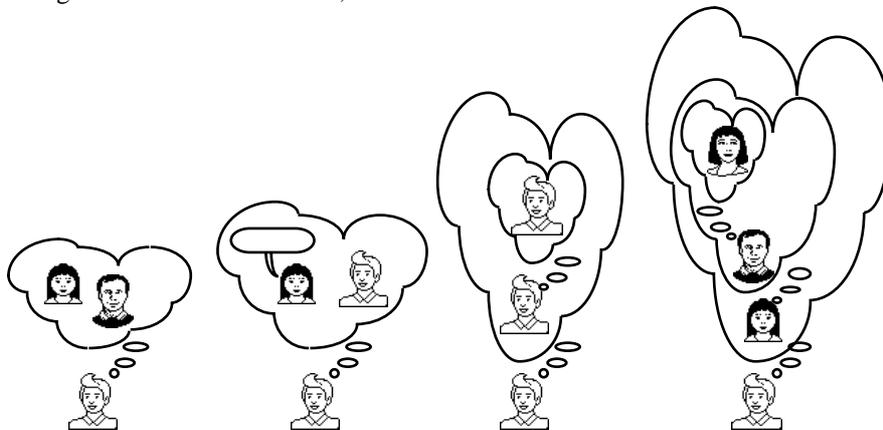


Abb. 2: Rekursion in Bildern

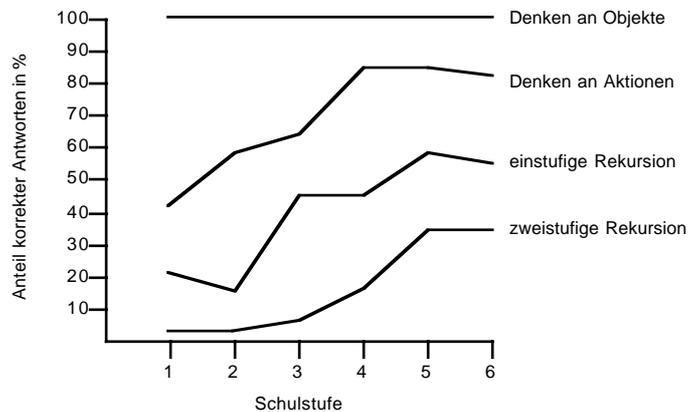


Abb. 3: Korrekte Beschreibungen in unterschiedlichen Altersstufen

### Türme von Hanoi

Die Türme von Hanoi als Paradebeispiel rekursiver Probleme haben eine Vielzahl von Psychologen zu Versuchen mit Kindern ermuntert (u.a. [Pi76, KR81, BS79, K178, HR89, KS90]).

Die Versuchsanordnung bestand typischerweise in der Präsentation des 2-, 3- oder Mehrscheibenproblems mit der Aufforderung an die Kinder, den Endzustand herzustellen.

Die Ergebnisse sind vielfältig, lassen aber kein eindeutiges Bild zu. Während [Pi76] bei 5- bis 6-jährigen Kindern keine Lösung des 3-Scheiben-Problems feststellt, auch nicht durch Probieren, und für das 2-Scheiben-Problem nur Probierlösungen bekommt, ermitteln [BS77] für die gleiche Altersgruppe bereits nach vier Versuchen der Kinder zwei aufeinanderfolgende korrekte Lösungen minimaler Zugfolge für das 2-Scheiben-Problem und nach 6-7 Versuchen zwei aufeinanderfolgende korrekte Lösungen minimaler Zugfolge für das 3-Scheiben-Problem. Kognitive Entwicklungssprünge diagnostizieren [BS79] ab etwa 8 und ab etwa 11 Jahren. Hier reduziert sich die Zahl der Versuche für das 2- bzw. 3-Scheiben-Problem auf zwei Versuche bzw. auf 5-6 Versuche für die etwa 8-jährigen und auf 3-4 Versuche für das 3-Scheiben-Problem bei den 11-jährigen.

[Kl78] erweitert die Versuchsanordnung. Um eine feinere Abstufung des Schwierigkeitsgrades zu erhalten, als sie über die bloße Zahl der Scheiben möglich ist, wird zusätzlich noch die Ausgangsstellung variiert, so daß als weiterer Parameter für den Schwierigkeitsgrad die Mindestzahl der Züge bis zur Endstellung hinzukommt. Beim 3-Scheiben-Problem lassen sich folglich sieben Schwierigkeitsgrade unterscheiden: von "noch 1 Zug bis zur Endstellung" bis zu "Ausgangsstellung = noch 7 Züge bis zur Endstellung". Mit einem leicht geänderten Hanoi-Problem mit drei Scheiben, das an die Welt der Kinder angepaßt ist und von Affen handelt, die von Baum zu Baum springen, erhält er für 3- bis 5-jährige folgende Ergebnisse: Etwa die Hälfte der 3-jährigen löst nur Probleme, die höchstens 2 Züge von der Endstellung entfernt sind, die andere Hälfte immerhin 4-zügige Probleme. Bei den 4-jährigen schafft die Hälfte 4-Züge-Probleme, weiteren 10% gelingen 5-Züge-Probleme und 20% sogar 6-Züge-Probleme. Gibt man dieser letzten Gruppe also den Anfangszug vor, so können sie anschließend die vollständige optimale Lösung des 3-Scheiben-Problems generieren. Die 5-jährigen kommen zur Hälfte auf 5 Züge und zu etwa 40% auf 6 Züge, 10% gelingt ein vollständiges 7-Züge-Problem.

In [KR81] werden die obigen Versuchsbedingungen verschärft, um die während des Versuchs eintretenden Lerneffekte weitgehend auszuschalten: 4-, 5- und 6-jährige Kinder dürfen nach einer kurzen Einführungsphase keine Züge mehr durchführen. Vielmehr sollen sie zu gegebenen Start- und Endsituationen rein verbal erklären, welche Züge durchzuführen sind, ohne jedoch dabei jemals ein Zwischenergebnis zu Gesicht zu bekommen. Die Leistungen der Kinder waren trotz der verschärften Anforderungen nur geringfügig schlechter als in [Kl78]. So löste fast die Hälfte der 4-jährigen 3-Züge-Probleme, 2/3 der 5-jährigen 4-Züge-Probleme und mehr als die Hälfte der 6-jährigen 6-Züge-Probleme.

Dieses letzte Ergebnis wird in [Kl78] leider nicht weiter reflektiert, tatsächlich weist es aber auf einige Schwächen der Versuchsanordnung hin. Offenbar steigt der Schwierigkeitsgrad mit der Zugzahl nicht gleichmäßig an, denn bei genauerer Analyse des Problems entdeckt man wohlbekannte Gesetzmäßigkeiten: So wird z.B. die kleinste Scheibe jedes zweite Mal bewegt, und jede optimale Zugfolge besteht abwechselnd aus einem wahlfreien Zug, bei dem man eine "echte" Alternative hat, diese oder jene Scheibe zu diesem oder jenem Platz zu bewegen, und einem obligatorischen Zug, den man zwangsläufig machen muß, weil anderenfalls der vorangegangene Zug überflüssig gewesen wäre. Jedes n-Züge-Problem, n gerade bzw. ungerade, beginnt mit einem obligatorischen Zug bzw. wahlfreien Zug. Nun wird auch das Leistungsvermögen der 3-jährigen (Leistungs-

sprung von 2 zu 4 Zügen), der 4-jährigen (Leistungsabfall beim Übergang von 4 zu 5 Zügen, Unlösbarkeit des 7-Züge-Problems) und der 5-jährigen (ebenfalls Unlösbarkeit des 7-Züge-Problems) verständlich.

### **Fazit**

Die referierten Ergebnisse lassen insgesamt verblüffende Fähigkeiten von kleinen Kindern bei der Lösung rekursiver Probleme vermuten. Bereits in einem sehr frühen Stadium der Entwicklung sind sanfte Ansätze zu erkennen, rekursive Denkweisen auszubilden und rekursive Darstellungen zu verwenden. Für die Rekursion können wir daher das Vertikal-kriterium als erfüllt betrachten.

Dennoch wollen wir die Resultate etwas relativieren. Unsere Kritik setzt an dieser und ähnlicher Versuchsanordnungen an. Zur Illustration vergleichen wir die Vorgehensweisen der Kinder mit denen von Experten.

Expertise in rekursivem Denken zeichnet sich dadurch aus, daß man zu einem Problem eine Rekursionsgleichung aufstellt, die die Beziehungen zwischen zu lösender Instanz und der nächst einfacheren als gelöst angenommenen Instanz sowie die einfachste Instanz spezifiziert. Damit kann das Problem als gelöst betrachtet werden, und die Arbeit des Experten ist beendet. Die tatsächliche Auflösung des Gleichungssystems übernimmt die Maschine. Expertise in Rekursion erfordert also gerade *nicht*, daß man die Aktivitäten zur Lösung des Gleichungssystems möglichst fehlerfrei beherrscht. Tatsächlich wird dies auch nur wenigen Experten gelingen; vielmehr werden auch sie im allgemeinen Schwierigkeiten beim (iterativen) Auflösen eines rekursiven Gleichungssystems bekommen, etwa beim Lösen des Hanoi-Problems mit sechs Scheiben, wenn schon aus der rekursiven Definition nicht ersichtlich ist (es sei denn, man weiß es zufällig), welches der erste Zug ist (kleinste Scheibe auf den Hilfs- oder den Zielplatz?), oder wenn zwischenzeitlich alle zu verfolgenden Teilziele zugleich im (Kurzzeit-)Gedächtnis behalten werden müssen, was wegen dessen geringer Kapazität leicht zu Fehlern führt.

Folglich kann ein Versuch, der das Nachvollziehen rekursiver Lösungen verlangt und Geschwindigkeit und Fehlerfreiheit mit rekursivem Denken identifiziert, nur zu ungenauen Ergebnissen über die tatsächlichen Fähigkeiten zu rekursivem Denken kommen. Gefragt sind daher aus unserer Sicht eher Versuche, in denen die Kinder Lösungen beschreiben (mit der Gefahr der vertikalen Décalage). Diese Beschreibungen sind dann daraufhin zu analysieren, inwieweit sie rekursive Elemente enthalten. Entsprechende Versuche sind in der Literatur jedoch nicht anzutreffen.

## **4.2 Greedy-Methode**

Als Greedy-Methode bezeichnet man das algorithmische Paradigma, Teillösungen eines Problems monoton zu Gesamtlösungen auszubauen. Jede auf diesem Weg gewonnene Teillösung ist also Teil der Gesamtlösung. Eine Zurücknahme von Schritten erfolgt nicht. In der Psychologie ist dieses Verfahren unter der Bezeichnung *forward-chaining* [NS72] oder *hill-climbing* [Wi74] auch als allgemeine Problemlösemethode bekannt.

Wegen ihrer Einfachheit und Zielorientierung verbunden mit der Vorgehensweise in kleinen überschaubaren Schritten, die jeweils nur geringe Gedächtnisleistungen voraussetzen,

ist die Greedy-Methode auch bei Kindern zu erwarten. Dennoch existieren in der psychologischen Literatur unterschiedliche Ansichten über die erforderlichen kognitiven Voraussetzungen, um diese Methode zu beherrschen.

Im Zusammenhang mit der LOGO-Programmierung behauptet z.B. [Sw91] mit Bezug auf [GS84], daß die Greedy-Methode resp. forward chaining keine typische Methode für Anfänger ist, da ihre Anwendung die Fähigkeit zur Wahl geeigneter Transformationen der Zwischenlösungen und ihre Bewertung im Verhältnis zur angestrebten Gesamtlösung, insgesamt also ein genaues mentales Modell des Lösungsraumes voraussetzt.

Ganz anders und viel plausibler erscheinen die Ansichten von [GP92, KN84]. Eine der wenigen gesicherten Erkenntnisse über menschliche Vorgehensweisen beim Lösen von Entwurfsproblemen (aus Architektur, Mechanik, Textgestaltung, Programmierung etc.) ist die Greedy-Methode: Menschen aller Altersgruppen entwickeln Lösungen für Entwurfsprobleme fast immer inkrementell, indem sie einen ersten Lösungsansatz fortlaufend verfeinern, ergänzen und weiterentwickeln, bis er seine endgültige Form erreicht hat. Nur sehr selten bleiben dabei während des Entwurfsprozesses bereits entwickelte Lösungsideen oder Teillösungen ganz unberücksichtigt. Vielmehr werden sie zumeist in irgendeiner Form weiter verwendet und in die Gesamtlösung einbezogen.

Nun sind aber offenbar auch Kinder auf spielerische Art häufig mit Entwurfsproblemen konfrontiert, etwa beim Bauen von Sandburgen, Baumhütten oder Objekten mithilfe von Baukastensystemen. Es ist also im Gegensatz zu [Sw91], zumindest im Zusammenhang mit Entwurfsproblemen, mit einiger Gewißheit davon auszugehen, daß Kinder die Greedy-Methode intuitiv beherrschen.

Im Anschluß an diese Plausibilitätsüberlegungen wollen wir eine der wenigen systematischen Untersuchungen präsentieren und aufzeigen, daß die Greedy-Methode bei Kindern auch bei anderen Problemklassen als Entwurfsproblemen wirksam wird.

### Strategien beim Fortsetzen von Folgen

[KW70] haben Kindern im Alter von 5 bis 7 Jahren Folgen von in Farbe und zum Teil in Lage unterschiedlichen Marken vorgelegt mit der Aufgabe, jeweils das nächste Folgeelement zu bestimmen (Abb. 4 und 5).



Abb. 4: Folge mit einer Ausprägung (Farbe)



Abb. 5: Folge mit zwei Ausprägungen (Farbe und Lage)

Kinder der genannten Altersgruppe können eine Vielzahl von Problemen dieser Klasse korrekt lösen. Die Strategie, die sie dabei überwiegend verwenden, haben [KW70] durch Interviews ermittelt: es ist die Greedy-Methode, die sie template-Strategie nennen. Die Kinder konstruieren, am Anfang der Folge beginnend, fortlaufend Muster der Länge 1, 2,



Diese Entwurfsprobleme lassen sich als unterrichtliche Anknüpfungspunkte nutzen, um die Greedy-Methode in informatischen Zusammenhängen zu problematisieren und weiter zu vertiefen.

### 4.3 Strukturierte Zerlegung

Es gibt eine Fülle von Ergebnissen aus der Psychologie, die sich mit der Fähigkeit von Kindern befassen, Ideen, die wir in Abb. 1 der strukturierten Zerlegung zugeordnet haben, nachzuvollziehen, zu verinnerlichen oder gar im Laufe der kognitiven Entwicklung selbst auszubilden. Die Arbeiten sind zumindest zwei großen Bereichen zuzuordnen:

- Wahrnehmung und Nachbildung hierarchischer/baumartiger Strukturen.  
Hier sind die geforderten Fähigkeiten überwiegend *analytischer* Natur. Es geht
  - einerseits um die kindliche Erkenntnis, daß ein vorgegebenes Objekt entweder implizit (durch Betrachtung seiner Einzelteile) oder explizit (durch seine optisch offensichtliche Baumstruktur) hierarchisch aufgebaut ist;
  - andererseits um die Fähigkeit, eine exakte Kopie eines hierarchisch strukturierten Objekts manuell anzufertigen. Die Resultate werden hier aus der Beobachtung des Herstellungsprozesses abgeleitet, wobei es vor allem darauf ankommt, ob die Kinder die hierarchische Struktur durch ein ebenfalls hierarchisches planvolles Handeln nachvollziehen.
- Strategien zum Planen und Problemlösen.  
Ab welcher Altersstufe sind Kinder (explizit oder implizit) in der Lage, komplexe Aktivitäten durch die Zerlegung in Einzelschritte voranzuplanen bzw. Probleme durch die Bildung von Teilproblemen oder Teilzielen strukturiert zu lösen? Hier sind die geforderten Fähigkeiten überwiegend *konstruktiver* Natur

#### Wahrnehmung eines Objekts und seiner Einzelteile

Zu den wichtigsten kognitiven Voraussetzungen für die Fähigkeit zur strukturierten Zerlegung gehören die Wahrnehmung eines Objekts einerseits in seiner Ganzheit (*Holismus*), andererseits als Vielheit der Einzelteile (*Reduktionismus*), aus denen es zusammengesetzt ist, die Erfassung der Relation "... ist Teil von ..." zwischen dem Objekt und seinen Bestandteilen sowie die Fähigkeit, zwischen holistischer und reduktionistischer Sichtweise flexibel hin und her zu wechseln.

Schon die Untersuchungen von [PI56] zeigen, daß ein Kind im präoperationalen Entwicklungsstadium (Alter 3-7) nicht allgemein über diese Fähigkeiten verfügt; zwar kann es alternativ einzelne Teile eines Objekts oder das Objekt als Ganzes wahrnehmen, es kann aber nicht gleichzeitig ein Teil in seiner Relation zum Ganzen betrachten. Mit diesem zuletzt genannten Problemkreis befassen sich auch die Untersuchungen von [EKG64].



Abb. 7: Ein Testbild

Hierzu wurden insgesamt 195 Kindern der Altersgruppen 4:5, 6, 7, 8, 9 mit 23, 44, 50, 50 bzw. 58 Kindern sieben verschiedene Bilder, von denen Abb. 7 eines zeigt, vorgelegt, mit der Aufgabe zu erklären, was darauf zu erkennen ist. Um einen genaueren Blick zu stimulieren, wurde das Kind nach seiner Antwort ggf. erneut gefragt, ob es sonst noch etwas erkennen könne. Die Antworten variierten in den Altersgruppen recht stark: Die Gruppe der kleinsten Kinder sah zu etwa 70% nur die Teile des dargestellten Objekts (Giraffen in Abb. 7). Dieser Anteil reduzierte sich ab dem sechsten und noch einmal ab dem achten Lebensjahr auf schließlich nur noch etwa 20%. Zugleich erhöhte sich der Anteil der Kinder, die sowohl die Teile als auch die Bedeutung des Gesamtobjekts (Herz in Abb. 1) erkannten von anfangs etwa 10% bei den jüngsten Kindern auf schließlich etwa 80% der ältesten Gruppe. Ab 8 Jahren ist die Mehrheit dazu in der Lage. Die Wahrnehmung ausschließlich der Gesamtsymbolik der Bilder blieb über die Altersgruppen gleichmäßig gering zwischen 5% und knapp 20%.

Durch genauere Analyse der Antworten der Kinder modellieren die Autoren die kognitive Entwicklung der Kinder durch vier Phasen, die sequentiell durchlaufen werden. Stellt man das Bild aus Abb. 7 hilfsweise als Baum gem. Abb. 8 dar, so erkennt man leicht die unterschiedlichen Perspektiven, die die Kinder in den Altersstufen einnehmen.

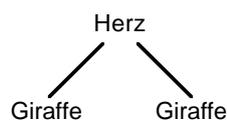


Abb. 8: Baumdarstellung der Ganzes-Teile-Relation zu Abb. 7

*Phase 1a* (Altersstufe: 5-6 Jahre): Reine Wahrnehmung der Teile des Objekts (Giraffen), keine Wahrnehmung des Ganzen (Herz) oder der Beziehung zwischen Teil und Ganzem möglich (Abb. 9).

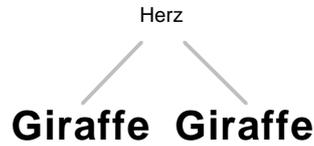


Abb. 9: Wahrnehmung der Kinder in Phase 1a (fett)

*Phase 1b* (Altersstufe: 6 Jahre): Zunächst Wahrnehmung des Ganzen, gefolgt von einer Wahrnehmung der Teile, anschließend Ignorierung des Ganzen (Abb. 10). Typischer Dialog: "Ein Herz. Nein, zwei Giraffen.", "Kannst Du mir das Herz zeigen?", "Nein".

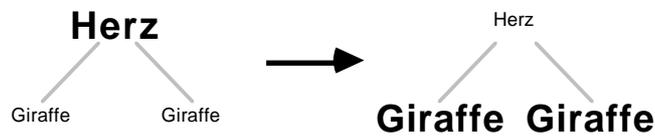


Abb. 10: Wahrnehmung der Kinder in Phase 1b (fett)

*Phase 2* (Altersstufe: 7-8 Jahre): Wahrnehmung des Ganzen und unabhängig davon, teilweise im schnellen Wechsel, die Wahrnehmung der Teile (Abb. 11). Typische Aussage der Kinder: "Zwei Giraffen. Oh! Ein Herz".

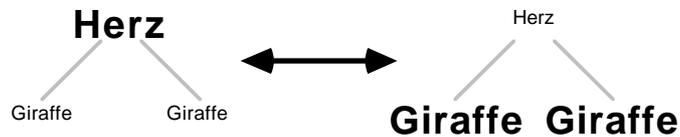


Abb. 11: Wahrnehmung der Kinder in Phase 2 (fett)

*Phase 3* (Altersstufe: 8 Jahre): Wahrnehmung des Ganzen, seiner Teile und erstmalig der Relation zwischen Teil und Ganzem, erkennbar an der verbalen Integration beider Begriffe (Abb. 12). Typische Aussage der Kinder: "Ein Herz aus zwei Giraffen".



Abb. 12: Wahrnehmung der Kinder in Phase 3

Wir können also aus den Versuchen ableiten, daß die wichtigste kognitive Voraussetzung für ein Verständnis der strukturierten Zerlegung, nämlich die Wahrnehmung eines Objekts als strukturierte Summe seiner Teile schon im Grundschulalter weitgehend vorliegt.

### Nachbildung hierarchischer/baumartiger Objekte

70 Kinder, jeweils 10 in den Altersgruppen 3, 4, 5, 6, 7, 9 und 11 Jahre, hatten in [GS77] die Aufgabe, ein aus Baukastenelementen bestehendes vorgegebenes Mobilé gem. Abb. 13 exakt nachzubauen. Um die Fähigkeit zur hierarchischen Denkweise beurteilen zu können, ist zu analysieren, inwieweit den Kindern der Nachbau gelingt, inwieweit sich die Kopie ggf. von ihrem Original unterscheidet und welche Strategien die Kinder beim Bau verwendeten.

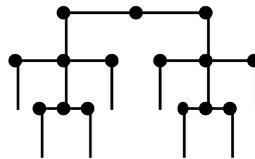


Abb. 13: Von den Kindern nachzubauendes Mobilé

Eine scharfe Grenze bildet die Altersstufe 6 Jahre. Nur ein Kind ab dem 6. Lebensjahr kann das Mobilé *nicht* exakt kopieren. Umgekehrt kann nur ein Kind vor dem 6. Lebensjahr das Mobilé nachbauen, jedoch nimmt die Komplexität der erstellten Modelle, zahlenmäßig erfaßt als Summe der Quadrate der Knotengrade, und ihre Ähnlichkeit zum Original mit dem Lebensalter zu.

Während bei den 3-jährigen praktisch kein Verständnis für die Struktur des Originals und die Beziehung zwischen Original und Kopie vorhanden ist (erkennbar daran, daß auf Fragen wie "Sind die beiden Mobilés gleich?" oder "Ist dein Mobilé ein Teil des Originals?" keine sinnvollen Antworten gegeben werden), eine "ist Teil von"-Relation also noch nicht ausgebildet ist, können einige wenige 4-jährige bereits Original und Kopie vergleichen, wahrnehmen, daß beide verschieden sind, und erkennen, daß ihr Modell einer Teilstruktur des Originals entspricht oder nicht entspricht. Diese Gruppe ist also bereits eingeschränkt in der Lage, hierarchische Strukturen kognitiv zu erfassen, zu analysieren und in Bestandteile zu zerlegen, nicht jedoch dazu, diese Fähigkeiten konstruktiv operational umzusetzen.

Anders die 5-jährigen: Sie können die Wahrnehmung der hierarchischen Struktur nun auch aktiv umsetzen und erstmalig in nennenswertem Umfang eine baumartige Struktur (Wurzel mit *zwei* Teilstrukturen) anfertigen. Den 4-jährigen gelingt es stattdessen nur, "iterative" Diagramme zu bauen, die aus der Wiederholung mehrerer gleicher Grundelemente bestehen. Abb. 14 zeigt zum Vergleich jeweils zwei typische Ergebnisse der 4- und 5-jährigen.

Auch die "ist Teil von"-Relation bildet sich verstärkt aus, erkennbar an der Fähigkeit zwischen dem Mobilé als Ganzem und seinen Teilen zu unterscheiden sowie einzelne Teile herstellen zu können.

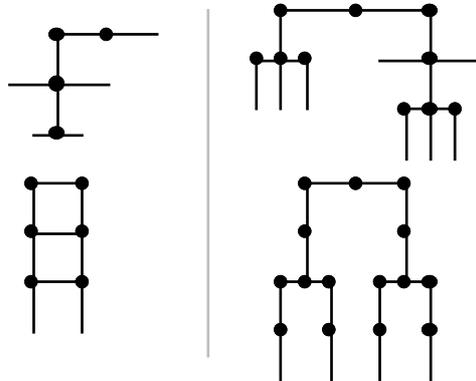


Abb. 14: Typische Diagramme zweier 4-jähriger (links) und 5-jähriger (rechts)

Bei den 6-jährigen und älteren Kindern, die bis auf eines das Original exakt kopieren können, interessiert vor allem die Fertigungsstrategie. Wir können zwei entgegengesetzte Strategien unterscheiden: die *Baumstrategie*, die die rekursive Struktur vollständig erfasst und das Mobilé top-down oder bottom-up in einer Art Breitendurchlauf aufbaut, und die *Kettenstrategie*, die an einem Blatt der untersten Ebene startet und in einer Art Tiefendurchlauf entlang der Achse des Baumes das Mobilé "iterativ" entwickelt (Abb. 15).

Um den Grad, mit dem die eine oder andere Strategie bevorzugt wird, genauer einschätzen zu können, definieren die Autoren einen sog. Shift-Score, der anschaulich angibt, wie oft die Kinder beim Anfertigen des Mobilés unter Verletzung der Kettenstrategie zu einem anderen Teilbaum gewechselt haben, um die Produktion dort nachzuziehen. Hoher Shift-Score (Maximalwert: 6; in Abb. 15 links erreicht) weist also auf eine rekursive Strategie und damit auf ein hohes Verständnis für die hierarchische Struktur des Mobilés hin.

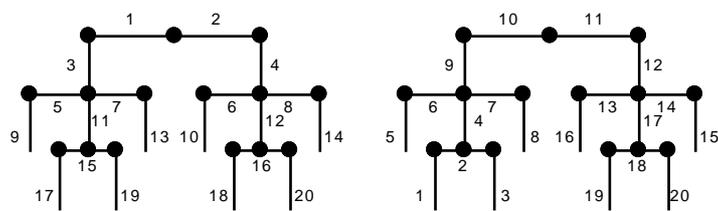


Abb. 15: Baumstrategie top-down (links) und Kettenstrategie (rechts); Zahlen markieren die Herstellungsreihenfolge

60% der 6-jährigen bauen nach der Kettenstrategie. Ein größeres Bewußtsein für die Baumstruktur des Mobilés kann hier noch nicht angenommen werden. Diese Situation ändert sich schlagartig bei der Gruppe der 7-jährigen und älteren. Nur noch ein Kind von 7 Jahren verwendet die Kettenstrategie, die übrigen gehen top-down und mit zunehmenden Alter mehr und mehr nach der Baumstrategie vor, wie sich an den Shift-Scores ablesen läßt, die zwischen 7 und 11 Jahren von 3,3 über 3,5 auf 5,2 wachsen. Die Baumstrategie bottom-up verwendet keines der Kinder.

Auch wenn die Kinder die Baumstrategie in ihrer reinen Form (Shift-Score 6) je nach Alter nur zu 20% bis 50% anwenden, sind doch jeweils zwischen 60% und 100% dazu in der Lage, wenn sie mit unterschiedlichen Hilfen dazu aufgefordert werden. Mit 11 Jahren ist bereits eine kognitive Reife wie bei Erwachsenen erreicht, von denen ebenfalls alle zur Anwendung der Baumstrategie fähig sind, jedoch nur die Hälfte die Strategie spontan anwendet.

### **Planen**

Beobachtet man das Verhalten von Kindern im Alltag, so findet man vielerlei Indizien für planvolles Handeln, wenn es darum geht, ein gewünschtes Ziel zu erreichen. Die Aktivitäten umfassen hierbei ansatzweise auch Elemente der strukturierten Zerlegung in dem Sinne, daß die Kinder Teilziele bilden, die sie ggf. schrittweise verfolgen. Typischerweise handelt es sich dabei um die Zerlegung des Endziels in bis zu etwa vier Teilziele, etwa das Herausragen des Mülleimers, um von der Mutter 50 Pfennig zu bekommen, um damit Batterien kaufen zu können, um das Spielzeug wieder in Betrieb zu setzen.

Diese Methode haben bereits Kleinkinder verinnerlicht, wie [Pi53]<sup>1</sup> festgestellt hat. Denn sie können ein Hindernis beseitigen, um Zugriff auf einen Gegenstand zu erlangen (Zerlegung in zwei Schritte durch Modularisierung<sup>2</sup>), sofern der Gegenstand sichtbar bleibt.

[WFS85] haben später recht überraschende Leistungen von Kindern im Vorschulalter ermittelt, wenn es um die Vorausplanung eines Handlungsablaufs geht. Aufgabe der Kinder war die Suche nach versteckten oder verlorenen Gegenständen. Bereits 3-jährige zeigen erste Anzeichen planvollen Verhaltens, indem sie ihren Weg zu möglichen Verstecken bzw. Verluststellen unter Effizienz Gesichtspunkten durch vernünftige Überlegungen vorausplanen.

[DB87] gehen soweit, anhand zahlreicher Versuche zu behaupten, daß Vorläufer aktiver und systematischer Planungs- und Problemlösestrategien bereits in frühester Kindheit vorhanden sind.

Nach diesen grundsätzlichen Überlegungen wollen wir die Qualität der kindlichen Planungsstrategien vor allem quantitativ erfassen. Insbesondere analysieren wir, wie sich die beiden zentralen Parameter planerischer Fähigkeiten, die Planungsbreite (Anzahl der Teilziele, in die ein Ziel maximal zerlegt werden kann, Modularisierung) und die Planungstiefe (Anzahl der Hierarchieebenen bei fortlaufender weiterer Zerlegung der Teilziele in Unterteilziele, Hierarchisierung) altersbezogen weiterentwickeln. Um von einem echten Verständnis der Idee der strukturierten Zerlegung sprechen zu können, sollten Kinder im Grundschulalter mindestens dazu in der Lage sein, eine dreistufige Hierarchie von Zielen

---

<sup>1</sup> Im Widerspruch hierzu und wenig plausibel begründet er allerdings in einer späteren Arbeit [Pi76] die schwachen Resultate von Kindern unter sechs Jahren bei der Lösung des Türme von Hanoi-Problems mit zwei Scheiben mit der geringen Fähigkeit, die "Transitivität" von Operationen, also das Endergebnis zweier Operationen anstelle der jeweiligen Teilergebnisse, zu überblicken. Tatsächlich handelt es sich hier aber ebenfalls nur um die Beseitigung *eines* Hindernisses (der kleinen Scheibe), bevor die große und danach wieder die kleine auf den Zielplatz gelegt werden kann. Dieses Verständnis wäre von den Kindern im Analogschluß zu erwarten gewesen [KW70].

<sup>2</sup> Damit ist zugleich belegt, daß die *Konkatenation*, eine fundamentale Idee der Informatik, bereits in frühester Kindheit verinnerlicht ist und somit das Vertikalkriterium erfüllt, was aber auch zu erwarten war.

und Teilzielen zu bilden, also ein Endziel in Teilziele und diese wiederum in Teilziele zu zerlegen.

Wir beziehen unsere Ergebnisse vor allem aus Arbeiten von [KR81] und [K78], die im Zusammenhang mit dem Türme von Hanoi-Problem die Planungsfähigkeiten von Kindern analysiert haben.

*Planungsbreite:* Im Zusammenhang mit der Verifikation des Vertikalkriteriums für die Rekursion hatten wir bereits oben abgeleitet, daß beim Türme von Hanoi-Problem fast die Hälfte der 4-jährigen 3-Züge-Probleme,  $2/3$  der 5-jährigen 4-Züge-Probleme und mehr als die Hälfte der 6-jährigen 6-Züge-Probleme exakt vorausplanen kann.

Folglich kann spätestens bei Grundschulkindern von einer schon weitreichenden Fähigkeit zur Modularisierung in bis zu sechs verschiedene "Komponenten" ausgegangen werden.

*Planungstiefe:* Durch genaue Analyse der Zugfolgen der Kinder, ihrer Kommentare und von Fehlern haben [KR81] mögliche Lösungsstrategien abgeleitet und durch Regelsysteme modelliert. Die Modelle unterscheiden sich durch die Art, mit der Teilziele ("Welche Scheibe soll wohin?") bestimmt und zur weiteren Bearbeitung gewählt werden, durch die Festlegung, welche Hindernisse (andere Scheiben) vorher wohin zu bewegen sind, und mit welchem Aufwand versucht wird, das jeweils aktuelle Teilziel zu erreichen. Aus diesem zuletzt genannten "Aufwand" läßt sich die hier gesuchte Planungstiefe ableiten, also die Zahl weiterer hierarchischer Zerlegungen, die die Kinder versuchen, um das Teilziel zu erreichen. Überschreitet die erforderliche Planungstiefe die innerhalb der Lösungsstrategie des Kindes vorgegebene Zahl, so kann es das ins Auge gefaßte Teilziel nicht erreichen. Es wird dann ein anderes Teilziel wählen oder einen Zwischenzug ausführen.

Von den neun Modellen für die Lösungsstrategien der Kinder beruhen vier auf fortgeschrittenen Zerlegungstechniken, also darauf, daß Teilziele des Gesamtziels mindestens noch einmal (ggf. noch ein weiteres Mal) in Unterteilziele zerlegt werden. Die Zerlegungsstrategie der Kinder in diesen vier Modellen ist also ein Baum mind. der Tiefe 3.

Das Verhalten von 10 der 14 Probanden wird nun am besten durch diese vier Modelle beschrieben, d.h. in mehr als 70% der Türme von Hanoi-Probleme mit drei Scheiben, die die Kinder lösen mußten, verhält sich eines der vier Modelle genau so wie das Kind selbst. Folglich können wir auch hier – unter der Annahme, daß die Modelle ansatzweise die kognitiven Prozesse der Kinder widerspiegeln – davon ausgehen, daß die Kinder im Grundschulalter Baumstrukturen, wie sie durch die hierarchische Modularisierung entstehen, der Höhe 3 mit bis zu 6 Teilbäumen je Knoten konstruieren, kognitiv erfassen und bewältigen können.

## **5 Zusammenfassung**

Wir haben nachweisen können, daß eine Reihe wichtiger fundamentaler Ideen der Informatik bereits von Kindern im Grundschulalter erfaßt werden kann, vorausgesetzt, die Gegenstände werden altersgemäß aufbereitet und im Unterricht unter Berücksichtigung der kognitiven Strukturen der Kinder und unterstützt durch Handlungen oder reale Gegenstände vermittelt. Mechanische Unterrichtshilfen können ein Baustein in diesem Konzept sein.

Informatikunterricht wird damit in der Grundschule in einer fachzentrierten Weise möglich, die fundamentale Strukturen und Denkweisen sichtbar macht. Damit könnten für die allgemeine Vorbereitung der Kinder auf ein Leben in der Wissensgesellschaft sowie für den späteren Informatikunterricht entscheidende Vorerfahrungen angelegt werden. Die Zukunft wird zeigen, ob der Boom der Informatikausbildung schließlich auch die Grundschule erfasst.

## Literaturverzeichnis

- [BS79] Byrnes, M.M.; Spitz, H.H.: Developmental progression of performance on the tower of hanoi problem. *Bull. of the Psychonomic Society* 14 (1979) 379-381
- [DB87] DeLoache, J.S.; Brown, A.L.: The early emergence of planning skills in children. In: (J.S. Bruner, H. Haste, eds.) *Making Sense*, Methuen 1987
- [Di97] Dijkstra, E.W.: *A discipline of programming*. 1997
- [EKG64] Elkind, D.; Koegler, R.R.; Go, E.: Studies in perceptual development: II. Part-whole perception. *Child Development* 35 (1964) 81-90
- [Fl63] Flavell, J.H.: *The developmental psychology of Jean Piaget*. D. Van Nostrand 1963
- [GG78] Gelman, R.; Gallistel, C.R.: *The child's understanding of number*. Harvard Univ. Press 1978
- [GP92] Goel, V.; Pirolli, P.: The structure of design problem spaces. *Cognitive Science* 16 (1992) 395-429
- [GS77] Greenfield, P.M.; Schneider, L.: Building a tree structure: The development of hierarchical complexity and interrupted strategies in children's construction activity. *Developmental Psychology* 13 (1977) 299-313
- [GS84] Greeno, J.G.; Simon, H.A.: Problem solving and reasoning. Techn. Report No. UPITT/LRDC/ONR/APS-14, Learning Research and Development Center, Office of Naval Research, Washington 1984
- [HR89] Haussmann, K.; Reiss, M.: Strategien bei Problemen mit rekursiver Lösung. *J. für Mathematik-Didaktik* 10 (1989) 39-61
- [KN84] Kant, E.; Newell, A.: Problem solving techniques for the design of algorithms. *Information Processing and Management* 28, 1, (1984) 97-118
- [KI78] Klahr, D.: Goal formation, planning and learning by pre-school problem solvers or: "My socks are in the dryer". In: (R.S. Siegler, ed.) *Children's Thinking: What Develops?*, 1978, 181-212
- [KR81] Klahr, D.; Robinson, M.: Formal assessment of problem-solving and planning processes in pre-school children. *Cognitive Psychology* 13 (1981) 113-148
- [KW70] Klahr, D.; Wallace, J.G.: Formal assessment of problem-solving and planning processes in pre-school children. *British J. of Psychology* 61 (1970) 243-257
- [KS90] Kotovsky, K.; Simon, H.A.: What makes some problems really hard: Explorations in the problem space of difficulty. *Cognitive Psychology* 22 (1990) 143-183
- [MKF70] Miller, P.,H.; Kessel, F.S.; Flavell, J.H.: Thinking about people thinking about people thinking about ...: A study of social cognitive development. *Child Development* 41 (1970) 613-623
- [NS72] Newell, A.; Simon, H.A.: *Human problem solving*. Prentice-Hall 1972
- [Pi53] Piaget, J.: *The origin of intelligence in the child*. London 1953
- [Pi76] Piaget, J.: The hanoi tower. In: *The Grasp of Consciousness*, Harvard Univ. Press 1976
- [PI56] Piaget, J.; Inhelder, B.: *The child's conception of space*. London 1956
- [Sc93] Schwill, A.: Fundamentale Ideen der Informatik. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik* 1 (1993) 20-31
- [Sc93a] Schwill, A.: Verifikation - Zu schwierig für die Schule. *LOGIN* 13,6 (1993) 45-48 und *LOGIN* 14,1 (1994) 37-43
- [Sw91] Swan, K.: Programming objects to think with: LOGO and the teaching and learning of problem solving. *J. Educational Computing Research* 7 (1991) 89-112

- [WFS85] Wellman, H.M.; Fabricius, W.V.; Sophian, C.: The early development of planning. In: (H.M. Wellman, ed.) Children's searching: The development of search skills and spatial representation (1985) 123-149
- [Wi74] Wickelgren, W.A.: How to solve problems: Elements of a theory of problems and problem solving. Freeman 1974